La mesure en sciences expérimentales - Erreurs et incertitudes (suite)

3. Evaluation de l'incertitude d'une mesure

3.1. Cas d'une série de mesurages (voir page 2)

3.2. Cas d'un seul mesurage

- On commence par calculer **l'incertitude de type B u(M)**

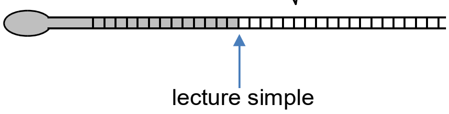
L'évaluation de ce type d'incertitude doit prendre en compte l'instrument de mesure et l'utilisateur.

Exemples :

Incertitude-type liée à un appareil à affichage numérique

- ➢ Ex : balance numérique de résolution q ; pour une balance au 1/100e, q = 0,01 g : $\mathbf{u_{tolérance} = \frac{q}{\sqrt{12}}}$

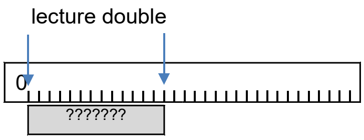
Incertitude-type de lecture simple sur une graduation



Pour un appareil de mesure analogique (appareil gradué), l'incertitude-type de lecture u est estimée à partir de la valeur de la plus petite graduation.

- ➢ Ex : thermomètre à liquide : $\mathbf{u_{lecture} = \frac{1\ graduation}{6}}$

Incertitude-type pour une double lecture sur une graduation



- ➢ Ex : règle graduée, burette graduée, écran d'oscilloscope... :

  $\mathbf{u_{lecture} = \sqrt{2} \times \frac{1\ graduation}{6}}$

Incertitude-type liée à un instrument vérifié et conforme à une classe

- ➢ Ex : fiole jaugée de classe ± a : $\mathbf{u_{tolérance} = \frac{a}{\sqrt{3}}}$

Appareil dont le constructeur fournit une indication du type Δc sans autre information

- ➢ $\mathbf{u_{tolérance} = \frac{\Delta c}{\sqrt{3}}}$

Incertitude-type sur une mesure dans laquelle interviennent plusieurs sources d'erreurs

- ➢ S'il existe à la fois des incertitudes de mesure et de tolérance : $\mathbf{u = \sqrt{(u_{lecture})^2 + (u_{tolérance})^2}}$

- On détermine ensuite **l'incertitude élargie U(M) selon le niveau de confiance voulu**

  U(M) = k × u(M) où u(M) est l'incertitude-type et k le facteur d'élargissement.

  k = 2 pour un niveau de confiance de 95 %

  k = 3 pour un niveau de confiance de 99 %

3.3. Incertitude sur une valeur calculée à partir de plusieurs mesurages

Cas d'une somme ou d'une différence

- $G = G_1 + G_2$ ou $G = G_1 - G_2$.
- Dans ces deux cas, l'incertitude U(G) est donnée par : $U(G) = \sqrt{U(G_1)^2 + U(G_2)^2}$

Cas d'un produit ou d'un quotient

- $G = G_1 \times G_2$ ou $G = \frac{G_1}{G_2}$
- Dans ces deux cas, l'incertitude U(G) est donnée par : $\frac{U(G)}{G} = \sqrt{\left(\frac{U(G_1)}{G_1}\right)^2 + \left(\frac{U(G_2)}{G_2}\right)^2}$

Cas d'une multiplication par un nombre exact

- $G = A \times G_1$ où A est un nombre exact.
- Dans ce cas, l'incertitude U(G) est donnée par : $U(G) = A \times U(G_1)$

Cas d'une puissance

- $G = G_1^{\ n}$
- Dans ces deux cas, l'incertitude U(G) est donnée par : $U(G) = n \times G_1^{\ n-1} \times U(G_1)$

3.4. Expression du résultat, chiffres significatifs et arrondis

Le résultat d'une mesure doit être présenté selon : **M = m ± U(M), unité, niveau de confiance**

Chiffres significatifs et arrondis

- L'incertitude U(M) est généralement arrondie par excès avec un seul chiffre significatif.
- Si U(M) commence par 1, 2 ou 3, on admet deux chiffres significatifs, le second étant arrondi par excès. Ne pas utiliser les puissances de 10 pour U(M).
- La valeur mesurée m : Conserver les chiffres sur lesquels porte l'incertitude U(M).
  - Ex : U(M) = 0,**02** donc m = 12,**26**

Incertitude relative

- C'est le pourcentage de l'incertitude par rapport à la mesure : $\frac{U(M)}{m}$
- Si l'incertitude relative est inférieure à 10 %, la mesure est de bonne qualité.

Écart relatif de la mesure par rapport à une valeur théorique ou tabulée

C'est le pourcentage de l'écart entre la mesure et la valeur théorique par rapport à la valeur théorique :

$$\text{Écart relatif} = \frac{\left|m - m_{\text{théorique}}\right|}{m_{\text{théorique}}}$$

3.5. Exercices

Dans tous les cas suivants, déterminer l'incertitude élargie (ou absolue) pour un niveau de confiance de 95%, puis exprimer le résultat sous la forme M = m ± U(M), unité, niveau de confiance et sous la forme d'un encadrement

Cas n°1 : mesure d'une température avec un thermomètre à graduation

Valeur lue : θ = 23,9°C ; plus petite graduation : 0,5°C

Cas n°2 : Mesure d'un volume à l'aide d'une fiole jaugée

Fiole jaugée de 100 mL ; intervalle de tolérance : ± 0,1 mL

Cas n°3 : Mesure d'une masse sur une balance électronique

Une balance numérique au 1/100 de g affiche une masse m = 38,45 g.

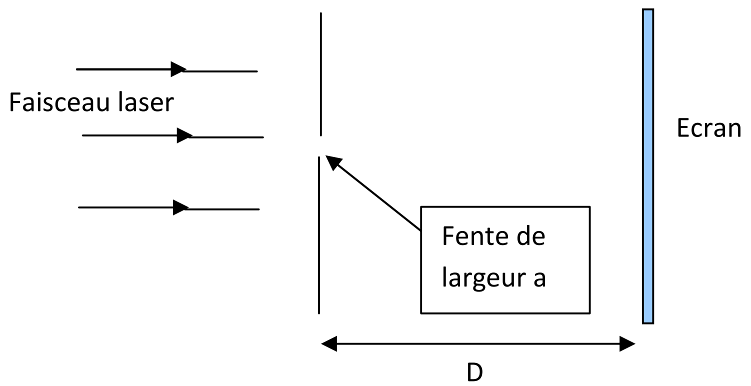
Cas n°4 : Mesure d'un volume à la burette graduée

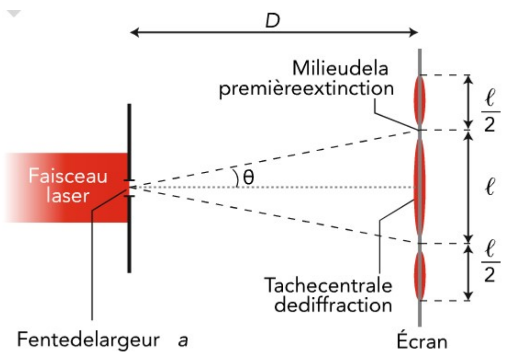
Un élève mesure un volume d'eau de 40,0 mL avec une burette graduée de 50 mL de classe A (tolérance ± 0,05 mL) graduée au 1/10$^{\text{ème}}$ de mL

Cas n°5 : Exercice de diffraction

On fait passer un faisceau de lumière monochromatique de longueur d'onde λ = 633 nm à travers une fente.

Un écran est placé sur le trajet de la lumière ayant traversé la fente.





Rappel : la relation entre la largeur a de la fente et la largeur ℓ de la tache centrale de diffraction est :

$$a = \frac{\lambda \times 2D}{\ell}$$

Un élève a trouvé expérimentalement a = 0,075 mm et ℓ = 29 mm.

calcul de l'incertitude sur la largeur de la fente a :U_a

- Mesure unique : incertitude de type B
- a est obtenu grâce à la relation précédente. Il s'agit d'un quotient donc l'incertitude U_a est obtenue de la façon suivante :

$$\frac{U_a}{a} = \sqrt{\left(\frac{U_D}{D}\right)^2 + \left(\frac{U_l}{l}\right)^2}$$

  Avec U_D incertitude liée à la mesure de D et U_l l'incertitude liée à la mesure de ℓ.
  L'incertitude relative à la longueur d'onde n'intervient pas dans l'expression de l'incertitude sur a car elle est négligeable devant les incertitudes sur D et ℓ.
- Calcul de l'incertitude sur la mesure de D : elle résulte de 2 lectures effectuées à l'aide d'une règle
  Incertitude-type liée à la résolution du réglet :$u_{rés}$

  $u_{rés} = \sqrt{2}\frac{q}{6}$ où q est égale à une graduation

  Incertitude élargie : U_D

  $U_D = k \times u_{rés}$ avec k = 2 pour un niveau de confiance de 95%
- Calcul de l'incertitude sur la mesure de ℓ :Il existe ici deux contributions, l'une, notée U_{l1}, due aux deux lectures sur la règle utilisée pour faire cette mesure, et l'autre, notée U_{l2}, résulte de la difficulté d'identifier parfaitement la position du point M (milieu de la 1ère extinction).
  - Pour U_{l1}, on procède comme pour la mesure de D
  - Pour U_{l2}, on évalue la largeur ε de l'intervalle dans lequel on considère que le minimum d'intensité est situé.

    $U_{l2} = \sqrt{\frac{2}{3}}\varepsilon$ (on pourra prendre ε = 2 mm)
  - L'incertitude sur ℓ est donnée par la relation :

    $U_l = \sqrt{U_{l1}^2 + U_{l2}^2}$
- Evaluer l'incertitude U_a liée à la mesure de a.