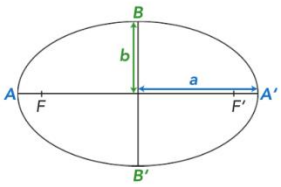
Chapitre 14 : Mouvement dans un champ de gravitation

1. Lois de Kepler

1.1. Première loi ou loi des orbites

Les ellipses

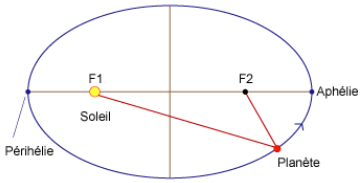


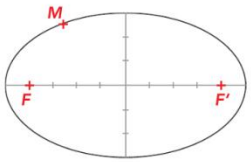
.....

.....

.....

Remarque : *A l'exception de Mercure, les mouvements des planètes peuvent être considérés comme circulaires. Leurs trajectoires sont quasiment des cercles, c'est-à-dire des ellipses dont les foyers sont confondus.*





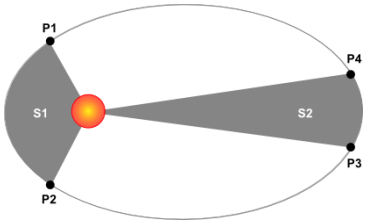
F et *F'* sont les foyers de l'ellipse.
[*AA'*] est son grand axe il mesure 2*a*.
[*BB'*] est son petit axe, il mesure 2*b*.
Tout point *M* de l'ellipse vérifie la relation :
MF + *MF'* = 2*a* = constante

1.2. Deuxième loi ou loi des aires

.....

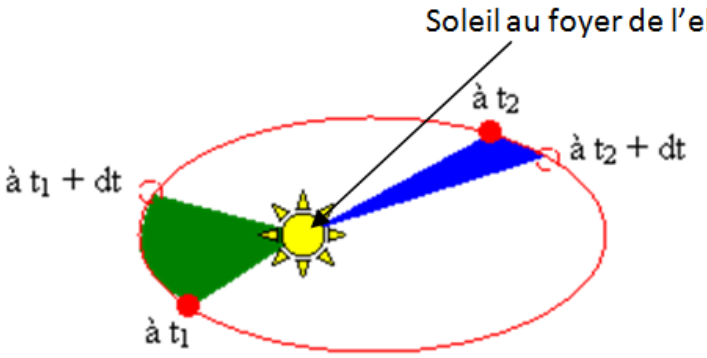
.....

.....



(Sur l'exemple : S1 =S2)

Pendant le même intervalle de temps (*dt*), le rayon d'une planète balaie la même surface : loin du Soleil, le mouvement est lent ; plus près, il est plus rapide.



1.3. Troisième loi ou loi des périodes

Définition : La période de révolution T (en s) d'une planète autour du Soleil est la durée mise par la planète pour effectuer un tour complet autour du Soleil sur son orbite à la vitesse v (m/s).

avec r = distance Planète-Soleil en m

3ème loi de Kepler ou loi des périodes :

Pour toutes les planètes du système solaire, le rapport entre le carré de la période de révolution T et le cube de la demi-longueur du grand axe a de l'ellipse est le même.

avec | T en seconde (s)
a en mètre (m)
k : constante ($s^2.m^{-3}$)

Remarque : Le coefficient k est caractéristique de l'astre autour duquel la (les) planète(s) tourne(nt). Cette loi est également applicable aux satellites en rotation autour d'une planète.

Activité :

De très patientes observations astronomiques furent effectuées par **Tycho Brahé(1546 - 1601),** pour l'essentiel entre 1576 et 1597 dans son observatoire à Uraniborg au Danemark. **Johannes Kepler (1571 - 1630),** qui fut le jeune assistant de Tyho Brahé put ainsi disposer de toutes les archives accumulées sur le mouvement de la planète Mars, et énoncer au début du 17ème siècle, entre 1609 et 1619, trois lois empiriques qui permettent de décrire les mouvements des planètes dans le ciel.

Voici un tableau que Kepler aurait pu faire pour consigner les résultats des observations de Tycho Brahé et de ses calculs.

Pour les planètes du système solaire :

planète	a demi grand axe en 10^3 km ou 10^6 m	T période de révolution en jour	T période de révolution en 10^6 s	T^2/a^3 en jour^2.km^{-3}	T^2/a^3 en s^2.m^{-3}
Mercure	57910	87,97	7,57984708	$3{,}98482.10^{-11}$	$2{,}95842.10^{-19}$
Vénus	108200	224,7	19,3610508	$3{,}98588.10^{-11}$	$2{,}95921.10^{-19}$
Terre	149600	365,26	31,47226264	$3{,}98483.10^{-11}$	$2{,}95843.10^{-19}$
Mars	227940	686,98	59,19294472	$3{,}98498.10^{-11}$	$2{,}95855.10^{-19}$
Jupiter	778330	4332,71	373,3236244	$3{,}98133.10^{-11}$	$2{,}95583.10^{-19}$

Compléter la dernière colonne du tableau page suivante. Concluez.

Satellite de Jupiter	Période de révolution du satellite autour de Jupiter (s)	Distance du satellite à Jupiter (m)	$\frac{T^2}{a^3}$
Io	$1{,}53 \times 10^5$	$4{,}22 \times 10^8$	
Europe	$3{,}07 \times 10^5$	$6{,}71 \times 10^8$	
Ganymède	$6{,}19 \times 10^5$	$1{,}07 \times 10^9$	
Callisto	$1{,}44 \times 10^6$	$1{,}88 \times 10^9$	

Exercices : 21 p 309 (corrigé dans le livre) ;

2. Mouvements des planètes et des satellites

2.1. Loi de la gravitation universelle

Deux objets ponctuel A et B, de masses respectives m_A et m_B, et dont les centres sont séparés d'une distance d, exercent l'un sur l'autre des forces d'attraction gravitationnelle, de sens opposés, dirigés selon la droite (AB), de même intensité telle que :

$$\overrightarrow{F_{A/B}} = -\overrightarrow{F_{B/A}} = G \cdot \frac{m_A \times m_B}{d^2} \cdot \overrightarrow{u_{BA}}$$

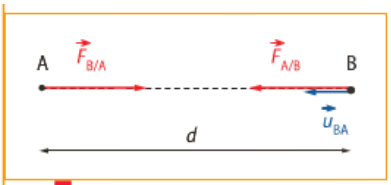


Fig. 3 Représentation des forces d'attraction gravitationnelle s'exerçant entre deux objets A et B.

$\overrightarrow{u_{BA}}$ est un vecteur unitaire porté par la droite (AB), orienté de B vers A
G est la constante de gravitation universelle : G = 6,67 x 10^{-11} $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$
$F_{A/B}$ et $F_{B/A}$ s'expriment en Newton (N), m_A et m_B en kilogramme (kg) et d en mètre (m)

Chapitre 14 : Mouvement dans un champ de gravitation

2.2. Exemple d'un satellite terrestre en orbite circulaire

On considère le mouvement **circulaire** d'un satellite S considéré comme ponctuel de masse m, en orbite autour de la Terre de centre O et de masse M_T.

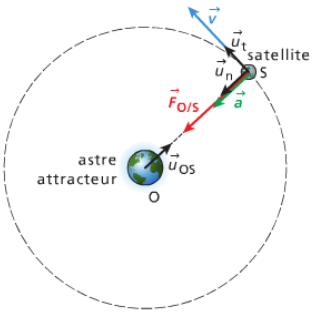


Fig. 7 Vitesse et accélération d'un satellite en orbite circulaire.

- Système étudié : ……
- Référentiel : ……
- Forces extérieures appliquées au système :

Force d'attraction gravitationnelle exercée par la Terre : ……

On considère le repère de Frenet (S, $\overrightarrow{u_n}$, $\overrightarrow{u_t}$)

D'après la deuxième loi de Newton :

d'où avec r = OS

Il vient donc :

Le vecteur accélération est **……**.

Comme vu dans le chapitre 8 : pour un mouvement circulaire dans le repère de Frenet :

avec $\overrightarrow{a_n}$ = accélération …….. et …… et

avec $\overrightarrow{a_t}$ = accélération ……et ……

par identification, on en déduit que :

{

- L'égalité (1) implique que la valeur de la vitesse v est ……..

Ce mouvement circulaire est **donc ……**.

- L'égalité (2) donne

La valeur de la vitesse v du satellite est indépendante de la masse du satellite, mais dépend du rayon $r = R_T + h$ de la trajectoire.

Expression de la période de révolution du satellite :

Conclusion : la période de révolution T d'un satellite sur une orbite circulaire autour d'un astre attracteur est :

T : période de révolution (s) ; r : rayon de l'orbite circulaire (m) ; M_T : masse de l'astre attracteur (kg)

Cette formule permet de retrouver la 3ème loi de Kepler :

Remarque : cette étude réalisée pour un satellite en orbite circulaire autour de la Terre peut être généralisée à tout satellite ou planète en orbite circulaire autour d'un astre de masse M.

Exercices : 28 p310 (corrigé dans le livre), 36 p 313 (corrigé dans le livre) ; 38 p 313 ; 39 p 314

3. Application : satellite géostationnaire

De nombreux satellites artificiels mis en orbite autour de la Terre sont placés en orbite géostationnaire pour assurer diverses missions.

Le satellite géostationnaire semble ……
En effet, sa période de révolution Ts est égale à la période de rotation de la Terre, soit 23 h 56 min 20 s (jour sidéral), soit 86 140 s.

Application : Altitude du satellite géostationnaire
Déterminer l'altitude des satellites géostationnaires à l'aide de la 3e loi de Kepler.
Données :
$M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$kg
Rayon de la Terre : R_T = 6370 km
Constante de gravitation universelle : G = 6,67 x 10^{-11} $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$
Corrigé :

Conclusion :
Un satellite en orbite géostationnaire évolue :

- suivant une orbite circulaire d'altitude environ égale à 36 000 km ;
- dans le plan équatorial terrestre ;
- en restant sur la même verticale passant par un point de la surface de la Terre.

Exercice : 34 p 312